FUNCIONES

Dados dos conjuntos A y B, (el conjunto A recibe el nombre de conjunto de partida y el B conjunto de llegada), una función f de A en B, es una correspondencia, regla, o relación que asigna a cada elemento x de A **exactamente un elemento** en el conjunto B que indicaremos con **f(x)**

Definición:

Se llama **Dominio** de función a todos los valores que puede tomar la variable independiente **x.**

Se llama **Imagen** de una función a todos los valores que toma la variable dependiente **y**.

REPRESENTACION DE FUNCIONES.

FUNCIONES NUMÉRICAS.

Las funciones de uso más frecuente son las denominadas funciones numéricas, en las que el DOMINIO *(coincidente con el conjunto de partida)* y el CODOMINIO *(que puede coincidir con el conjunto de llegada o ser un subconjunto del mismo)* son conjuntos numéricos *(iguales o distintos)*; en este tipo de funciones la imagen que corresponde a cada elemento del dominio puede llegar a ser en algunos casos determinada mediante una fórmula.

Ejemplo 1:

La longitud de una circunferencia depende de su radio (la longitud es función del radio).

$$\mathbf{l = 2\pi r} \qquad \textbf{o sea } \mathbf{l = f(r)}.$$

Ejemplo 2:

La aceleración que adquiere un punto material, depende de la fuerza aplicada y de la masa de dicho punto.

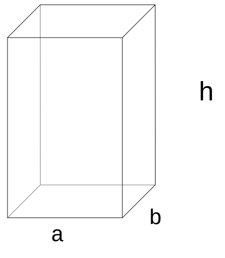
$$a = \frac{f}{m} \quad \text{o sea } \mathbf{a = g\,(f, m)}$$

Ejemplo 3:

El volumen de un paralelepípedo recto rectangular depende de la longitud de sus aristas.

$V = a \bullet b \bullet h$

o sea **V = f (a, b, h)**



En el ejemplo 1 vemos que a cada valor del radio (variable independiente) le corresponde un valor de la longitud l de la circunferencia (variable dependiente), mientras que en el ejemplo 2 la aceleración es función de dos variables independientes (la fuerza y la masa) y en el ejemplo 3 el volumen es una función de tres variables independientes. Trabajaremos en lo sucesivo con funciones de una sola variable independiente.

Ejemplo 4:

Sea $f : Z \to Z$ / $\mathbf{f_{(x)} = 2x - 1}$

La expresión simbólica precedente se traduce diciendo que se trata de una función **f** en la cual tanto el dominio *(conjunto de partida)* como el conjunto de llegada es el conjunto Z; la función es tal que, a cada elemento **x** del dominio le corresponde como imagen su valor multiplicado por dos restándole luego uno; dicho de otra forma la función **f** transforma a cada elemento **x** del dominio **Z** en su duplo disminuido en una unidad.

Si nos interesa hallar el valor que toma la función para x = 2 o sea, si queremos calcular $\mathbf{f_{(2)}}$ (se lee f de 2), haremos

$$\mathbf{f_{(2)} = 2 \bullet 2 - 1 = 3.}$$

y decimos que 3 es la imagen de 2 o bien que 2 es la preimagen de 3.

Para efectuar la representación cartesiana de f, observemos primero que su gráfica tiene infinitos elementos *(ya que el dominio Z los tiene)* y por lo tanto solo podría efectuarse una representación parcial. Para ello tomamos un par de ejes, ubicando sobre el de abscisa *(eje horizontal)* los valores que corresponden al conjunto de partida y sobre el de ordenadas los elementos del conjunto de llegada *(del cual recordemos, de acuerdo con la convención que hemos adoptado el conjunto codominio o imagen es un subconjunto).* Determinamos a continuación las imágenes de algunos elementos del dominio:

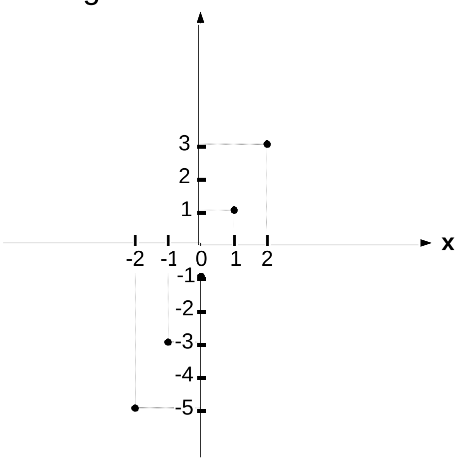
$f_{(-2)} = 2 \bullet (-2) - 1 = -5$

$f_{(-1)} = 2 \bullet (-1) - 1 = -3$

$f_{(0)} = 2 \bullet (0) - 1 = -1$

$f_{(1)} = 2 \bullet (1) - 1 = 1$

$f_{(2)} = 2 \bullet (2) - 1 = 3$

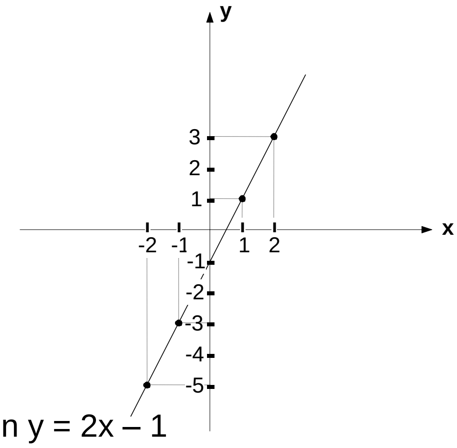


Observación: La representación cartesiana queda así terminada. Se advierte que **no corresponde unir entre sí los puntos obtenidos**, ya que se trata de una función de Z en Z, lo que significa que para los reales no enteros la función no está definida.

Ejemplo 5:

Sea ahora f: R → R / $f_{(x)} = 2x - 1$

observamos que la ley o fórmula que relaciona elementos del dominio con sus imágenes es la misma que en el ejemplo 4, pero en este caso, la función es de R en R y su representación cartesiana es una línea continua.



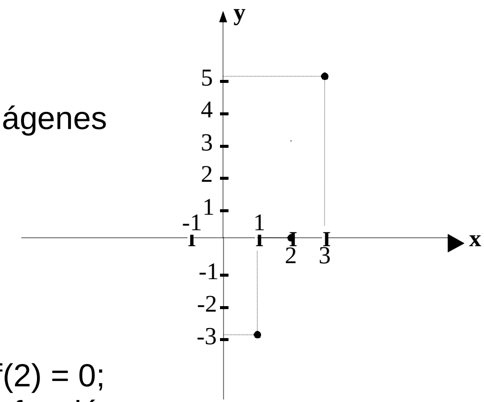
f(x) = 2x – 1 o bien y = 2x – 1

Ejemplo 6:

Sea f: N → Z /$f_{(x)} = x^2 - 4$

Para los elementos 1,2 y 3 del dominio N, las imágenes resultarán:

f(1) = -3
f(2) = 0
f(3) = 5



Vemos que para x = 2, el valor de la función es f(2) = 0; en este caso decimos que x = 2 es un cero de la función.

Ejemplo 7:

Sea f: R → R / $f_{(x)} = \dfrac{x+1}{x-2}$

verificamos que para x = 2, $f_{(2)}$ no existe *(ya que no es posible la división por cero),* resultando entonces que $f_{(x)}$ así definida no es función de R en R, ya que el elemento 2 perteneciente a R no tiene imagen al aplicar la fórmula.

Si queremos hallar el Dominio para el cual tiene validez la formula, el mismo resultará ser aquel conjunto cuyos elementos no anulen el denominador, vale decir, en nuestro caso:

Dom $f_{(x)}$ = R - { 2 }.

Convenimos entonces, que el **DOMINIO** de una función real es el subconjunto más amplio posible de los números reales para el cual tiene sentido aritmético la fórmula utilizada para definirla.

Ejemplo 8:

Sea la función $f: A \rightarrow B \,/\, f(x) = \dfrac{x-2}{x-3}$: hallar el dominio de la función.

Recordemos que según hemos visto, el dominio de una función es el subconjunto más amplio posible de los números reales, para el cual tiene sentido aritmético la fórmula utilizada para definirla.

Si observamos la fórmula de nuestro ejemplo, surge inmediatamente que no existirá imagen si el denominador del segundo miembro se anula, es decir si x - 3 = 0; resultará necesario entonces que

$$x - 3 \neq 0 \quad \text{o sea} \quad x \neq 3$$

Concluimos que el dominio A deber ser: **A = R - {3}**

Ejemplo 9:

Una función puede expresarse por más de una fórmula matemática:

$$\text{Sea } f: R \longrightarrow R \,/\, f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si} \quad x<1 \\ x & \text{si} \quad x \geq 1 \end{cases}$$

En este caso, las imágenes deberán obtenerse, empleando dos fórmulas distintas: para $x \in (-\infty, 1)$ la fórmula a aplicar es $f_{(x)} = x^2$, y para $x \in [1, +\infty)$ aplicaremos $f_{(x)} = x$, resultando:

$f_{(-3)} = (-3)^2 = 9$

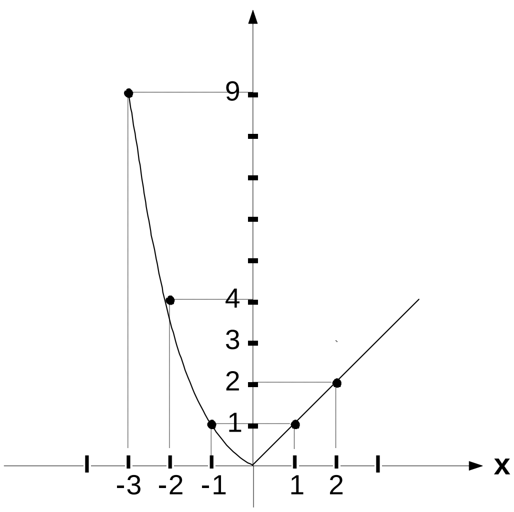
$f_{(-2)} = (-2)^2 = 4$

$f_{(-1)} = (-1)^2 = 1$

$f_{(0)} = 0$

$f_{(1)} = 1$

$f_{(2)} = 2$



FUNCIONES POLINOMICAS.

Una función del tipo:

$$f : R \to R /\ f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + ... + a_1 x + a_0$$

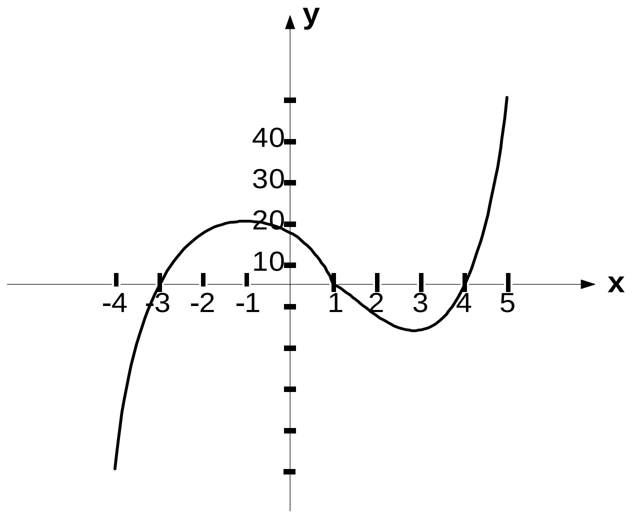
en las que los segundos miembros de las fórmulas correspondientes son polinomios en una variable, **se denominan funciones polinómicas**.

Ejemplo 1:

Sea f : R $\to$ R / f(x) = $x^3 - 2x^2 - 11x + 12$

para efectuar la representación cartesiana, confeccionamos una tabla a simple entrada o cuadro de valores.

x	f(x)
-4	-40
-3	0
-2	18
-1	20
0	12
1	0
2	-10
3	-12
4	0
5	32



Resulta importante conocer cuales son los **ceros** de la función *(abscisas de los puntos en que la curva corta al eje x)*; recordemos que por ser el polinomio de grado 3 deben existir tres ceros "reales o no"; en nuestro caso los pares son (-3,0) ; (1,0) y (4,0). Interesa además identificar el punto en que la curva corta al eje de las ordenadas, o sea el par (0,f(0)); para nuestro ejemplo el par es (0,12).

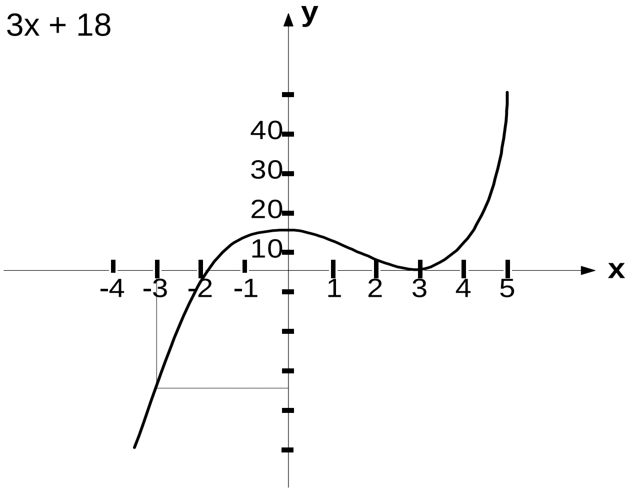
Conocidos los ceros de la función, la misma puede expresarse:

f : R $\to$ R /f(x) = (x + 3) $\bullet$(x - 1) $\bullet$(x - 4).

Ejemplo 2:

Sea f: R $\rightarrow$R / f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18

x	f(x)
-3	-36
-2	0
-1	16
0	18
1	12
2	4
3	0
4	6



Los puntos (-2,0) y (3,0) son las intersecciones de la curva que representa la función con el eje de abscisas y el par (0,18) es la intersección con el eje de ordenadas.

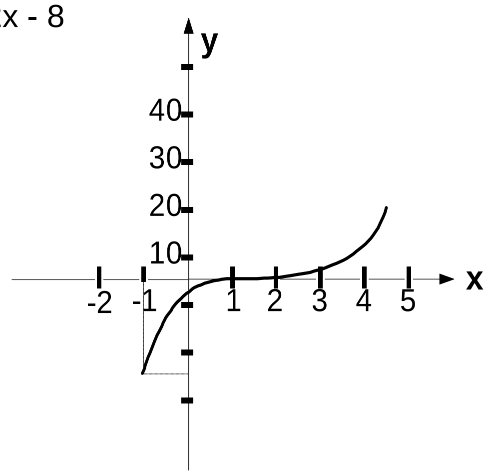
La curva resulta tangente al eje horizontal en el punto (3,0) debido a que 3 es una raíz de multiplicidad par (raíz doble). Conocidas las raíces, la función puede expresarse:

$$f : R \rightarrow R \ / \ f(x) = (x + 2) \bullet (x - 3)^2$$

Ejemplo 3:

Sea f: R $\rightarrow$ R / f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x - 8

x	f(x)
-1	-27
0	-8
1	-1
2	0
3	1
4	8



Puede demostrarse que por ser 2 una raíz triple *(multiplicidad tres)* la curva es tangente al eje de abscisas en (2,0) y además en ese punto lo corta, la función puede expresarse:

$$f : R \rightarrow R \ / \ f(x) = (x - 2)^3$$

LA FUNCION LINEAL.

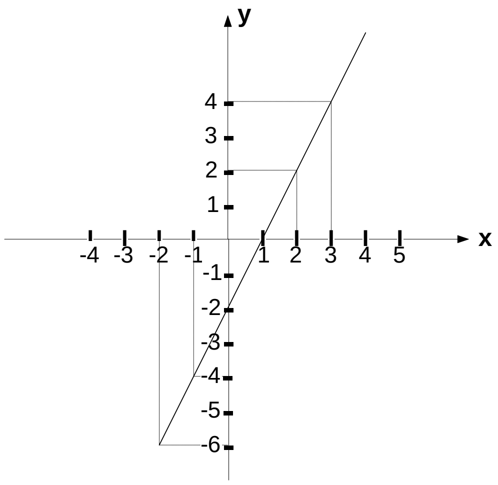
Sea $f: R \rightarrow R$ / $f(x) = a_1x + a_0$ con $a_1 \neq 0$

como el polinomio del segundo miembro de la fórmula que define la función es de primer grado, a esta función se la denomina **función lineal**. El lugar geométrico correspondiente **es una recta**.

Ejemplo 1:

Sea $f: R \rightarrow R$ / $f(x) = 2x – 2$ o bien $f: R \rightarrow R$ / $f(x) = 2(x - 1)$

x	f(x)
-3	-8
-2	-6
-1	-4
0	-2
1	0
2	2
3	4

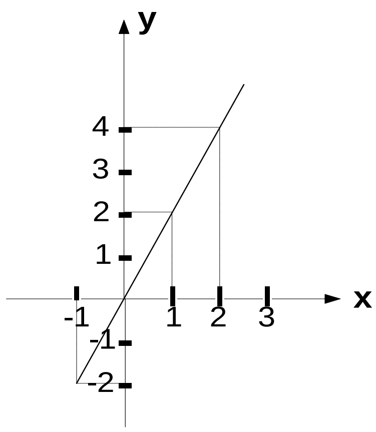


La intersección de la recta con el eje de abscisas se denomina **abscisa al origen** y es para nuestro ejemplo la primera componente del par (1,0). La intersección con el eje de ordenadas se denomina **ordenada al origen**: en nuestro caso la segunda componente del par (0,-2). La ordenada al origen es el término independiente a_0 de la fórmula que define la función. Salvo en el caso en que la recta pase por el origen (ejemplo siguiente), para trazarla es suficiente conocer la abscisa y a la ordenada al origen.

Ejemplo 2:

Sea $f: R \rightarrow R$ / $f(x) = 2x$

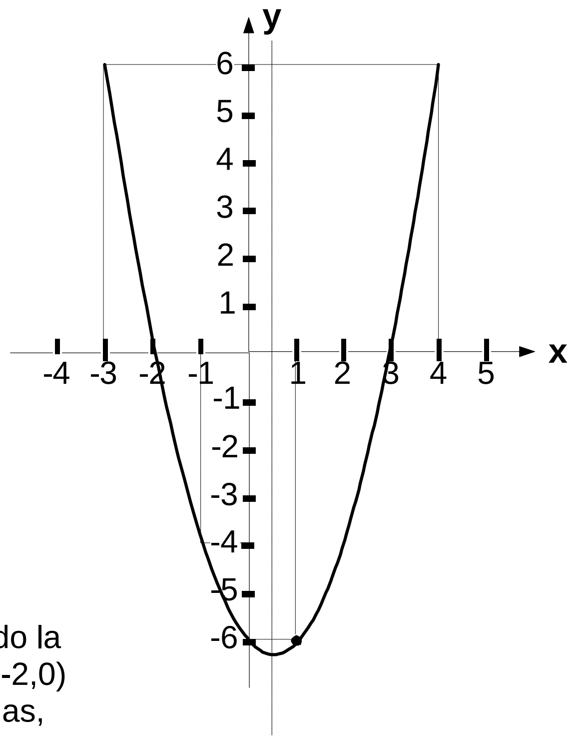
x	f(x)
-1	-2
0	0
1	2



LA FUNCIÓN CUADRÁTICA.

Si f: R → R / $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ con $a_2 = 0$

la función se denomina **función cuadrática**: siendo su lugar geométrico una **parábola.**



Ejemplo 1:

Sea f: R → R / $f(x) = x^2 - x - 6$

x	f(x)
-3	6
-2	0
-1	-4
0	-6
1	-6
2	-4
3	0
4	6

Los ceros de la función son -2 y 3 y resultando la intersección con el eje de abscisas los pares (-2,0) y (3,0) y la intersección con el eje de ordenadas, el par (0,-6).

Observando el cuadro de valores vemos que existen elementos pertenecientes al dominio de la función que tienen la misma imagen, o sea, existen pares ordenados que pertenecen al lugar geométrico con la misma segunda componente: (-3,6) y (4,6); (-2,0) y (3,0); (-1,-4) y (2,-4); (0,-6) y (1,-6); esto significa que la **parábola** presenta **un eje de simetría** (en nuestro caso una recta paralela al eje vertical). Para ubicar la posición del eje de simetría, se toma cualquier conjunto de pares ordenados de igual segunda componente y se efectúa la semisuma de las primeras componentes: se halla de esta forma el punto medio.

Por ejemplo para los pares (-3, 6) y (4, 6)

$$x = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}$$

El eje de simetría resulta ser el conjunto de puntos {(x,y) / x = ½ } que corresponde a una recta paralela al eje vertical, que pasa por el punto de abscisa ½ .

La intersección de la parábola con el eje de simetría se denomina **vértice**; en nuestro caso la abscisa es x = ½ y la correspondiente ordenada será:

$$f(1/2) = -\frac{25}{4}$$

El vértice es entonces el punto $(\frac{1}{2}; -\frac{25}{4})$

la parábola es cóncava hacia las **y** positivas, debido a que el coeficiente principal es positivo.

Por ser los ceros de la función -2 y 3, la misma puede expresarse:

$$f : R \rightarrow R \,/\, f(x) = (x + 2) \bullet (x - 3)$$

dichos ceros fueros obtenidos del cuadro de valores confeccionado para dibujar la parábola; otro método útil consiste en hallar las raíces de la ecuación de 2do. grado *(polinomio de 2do. grado igualado a cero)* y escribir luego la denominada **forma factorial**

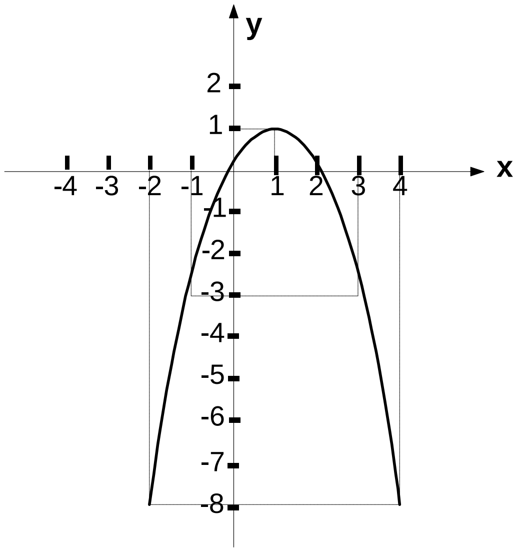
$$f(x) = a_2\,(x - x_1) \bullet (x - x_2)$$

donde x_1 y x_2 son las raíces de la ecuación.

Ejemplo 2:

Sea f: $R \rightarrow R \,/\, f(x) = -x^2 + 2x$

x	f(x)
-2	8
-1	-3
0	0
1	1
2	0
3	-3
4	-8



los ceros de la función son 0 y 2 y por lo tanto la curva intercepta al eje de abscisas en (0,0) y (2,0) y al eje de ordenadas en (0,0). El eje de simetría se obtiene, como en el ejemplo anterior, tomando un conjunto de pares ordenados de igual segunda componente y realizando la semisuma de las primeras componentes: para el conjunto {(-2,-8);(4,-8)} obtenemos

$$x = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

El vértice es el punto (1,f(1)) o sea V = (1,1), La parábola es cóncava hacia abajo y ello se debe a que el coeficiente del término cuadrático es negativo.

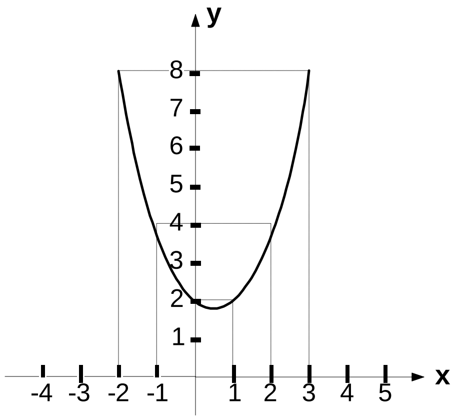
Puede escribirse, conociendo las raíces:

$$f : R \rightarrow R \,/\, f(x) = -x \bullet (x - 2).$$

Ejemplo 3:

Sea f: $R \rightarrow R$ / f(x) = x^2 - x + 2

x	f(x)
-2	8
-1	4
0	2
1	2
2	4
3	8



Obtención del eje de simetría:

de {(-2,8);(3,8)} $\quad x = \dfrac{-2 + 3}{2} = \dfrac{1}{2}$

$$f(1/2) = \frac{7}{4}$$

Resultando el V = $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{7}{4}\right)$

no existen ceros reales de la función; geométricamente ello implica que la parábola no corta al eje de abscisas; además es cóncava hacia arriba ya que el coeficiente principal de la fórmula que define la función es positivo.

FUNCIONES RACIONALES.

Sea $f: R - A \rightarrow R \,/\, f(x) = \dfrac{P(x)}{Q(x)} \qquad Q(x) \neq 0$

el segundo miembro de la fórmula que define la función está formado por:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x^1 + a_0$$

$$Q(x) = b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \ldots + b_1 x^1 + b_0$$

El **dominio de la función R – A** es el conjunto de los reales, excluidas las raíces de Q(x) cuyo conjunto denominamos **A.**

Ejemplo 1:

Sea $f : R - \{1\} \to R \;/\; f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x - 1}$

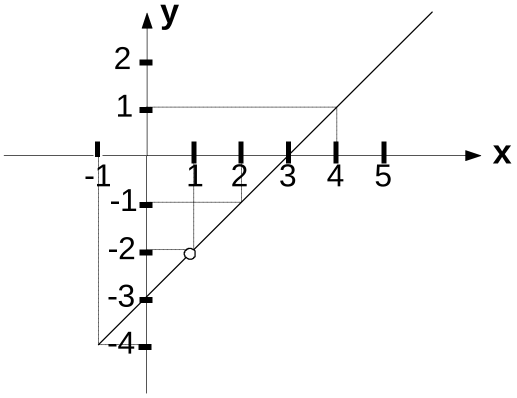
si el numerador y el denominador tienen factores comunes; en nuestro caso:

$$x^2 - 4x + 3 = (x - 1) \bullet (x - 3)$$

podemos escribir:

$$f : R - \{1\} \to R \;/\; f(x) = x - 3$$

x	f(x)
-1	-4
0	-3
1	no existe
2	-1
3	0
4	1



A la recta le falta un punto en (1,-2) ya que x = 1 no pertenece al dominio de la función.

Ejemplo 2:

Sea $f : R - \{1,3\} \to R \;/\; f(x) = \dfrac{x^4 - 4x^3 + 3x^2}{x^2 - 4x + 3}$

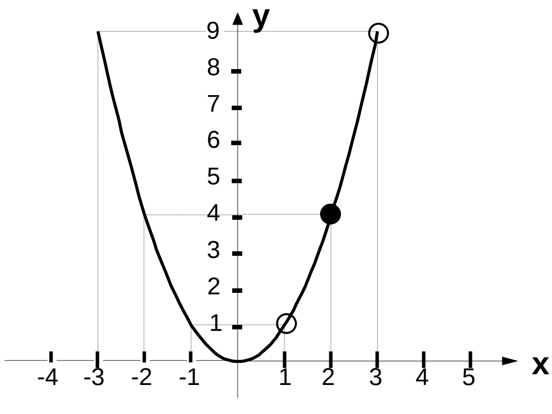
cuya fórmula puede factorearse de modo tal que sea

$$f : R - \{1,3\} \to R \;/\; f(x) = \frac{x^2\,(x - 1)\,(x - 3)}{(x - 1)\,(x - 3)}$$

resultando

$f : R - \{1,3\} \to R \;/\; f(x) = x^2$

x	f(x)
-3	9
-2	4
-1	1
0	0
1	no existe
2	4
3	no existe
4	16



A la parábola le faltan dos puntos en (1,1) y en (3,9), ya que los elementos 1 y 3 no pertenecen al dominio de la función.

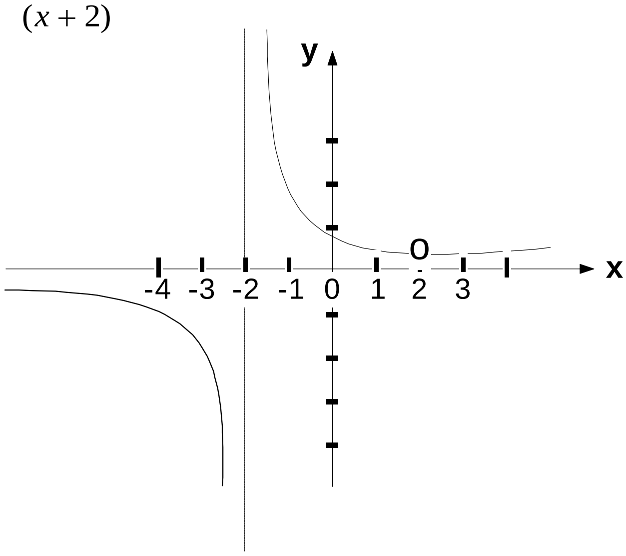
Ejemplo 3:

Sea $f : R-\{-2,2\} \to R \;/\; f(x) = \dfrac{x-2}{x^2-4}$

o sea $f : R-\{-2,2\} \to R \;/\; f(x) = \dfrac{x-2}{(x-2)\,(x+2)}$

$$f : R-\{-2,2\} \to R \;/\; f(x) = \frac{1}{(x+2)}$$

x	f(x)
-8	-1/6
-6	-1/4
-4	-1/2
-2	no existe
0	1/2
2	no existe
4	1/6



los puntos de abscisas - 2 y 2 no pertenecen al lugar geométrico ya que - 2 y 2 no pertenecen al dominio de la función.

FUNCIONES ESTRICTAMENTE CRECIENTES Y ESTRICTAMENTE DECRECIENTES.

Decimos que **f** es una función **estrictamente creciente** si

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

y que una función es **creciente** si

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

Con idéntico razonamiento **f** será una función **estrictamente decreciente** si

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

y que una función es **decreciente** si

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

PERIODICIDAD DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

Dibujando una circunferencia de radio unitario, denominada circunferencia trigonométrica, una línea permite definir las distintas relaciones trigonométricas:

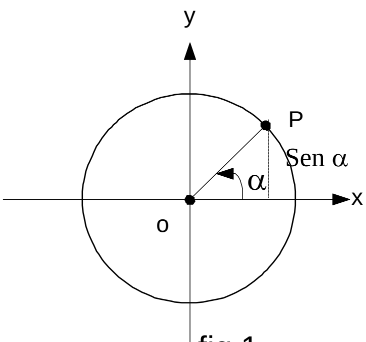


fig.1.

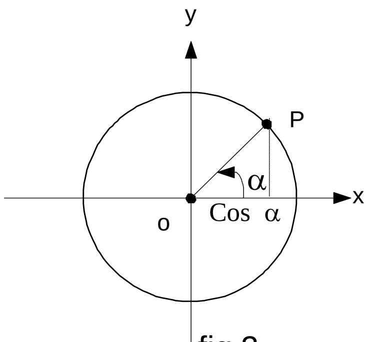


fig.2.

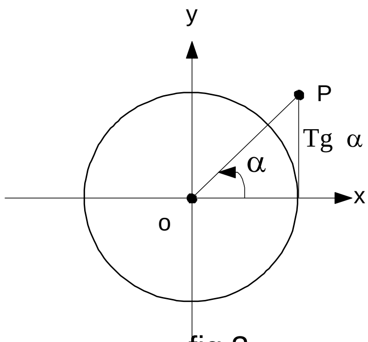


fig.3.

Cuando el lado terminal $\overline{OP}$ del ángulo efectúa un giro completo, el punto P vuelve a ocupar la posición sobre el plano; esto significa que la ordenada de P (fig.1) por ejemplo, no es sólo el seno del ángulo α sino además de todos los ángulos $\alpha + 2k\pi; \quad con \quad k \in Z$.

Podemos escribir entonces:

$$\text{sen } \alpha = \text{sen } (\alpha + 2 k \pi) \; ; \; k \in Z$$

y con análogo razonamiento:

$$\cos \alpha = \cos (\alpha + 2 k \pi) \; ; \; k \in Z$$

Las funciones que tienen la propiedad de repetir sus valores a intervalos iguales reciben el nombre de **FUNCIONES PERIODICAS**, denominándose período al intervalo para el cual se repiten dichos valores. Las funciones **seno** y **coseno** son periódicas y de período **2π**. En cambio para la **tangente**, los valores de la función se repiten cuando avanzamos (sentido antihorario) o retrocedemos un ángulo π; resultando:

$$\text{tg } \alpha = \text{tg } (\alpha + k \pi) \quad ; \quad k \in Z$$

Decimos que la **tangente** es de período **π.**

GRAFICAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.

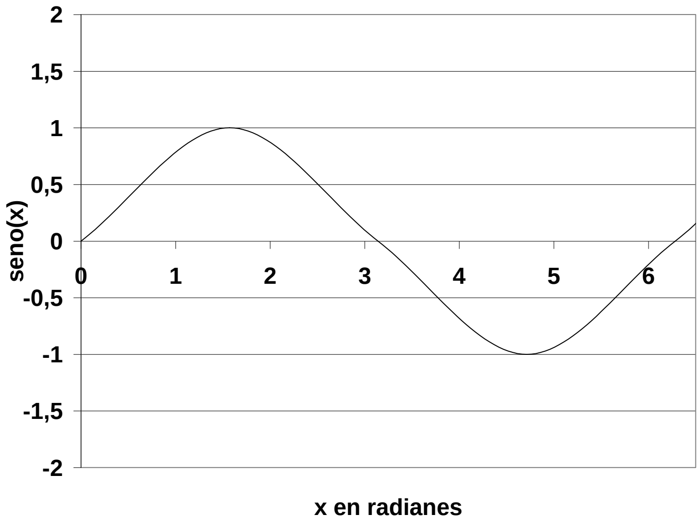
Para efectuar la representación cartesiana, utilizaremos los ángulos expresados en radianes (ver fórmulas de conversión), aplicando los conceptos de Dominio e Imagen de las funciones trigonométricas.

a) Gráfica de la función: **y = sen x**.

Dom [sen x] = R ; Im [sen x] = [-1,1] Periodicidad : 2 π.

Recordando que: $\alpha^r = \frac{\pi}{180^o} \bullet \alpha^o$

Se obtiene una curva llamada **SINUSOIDE**.

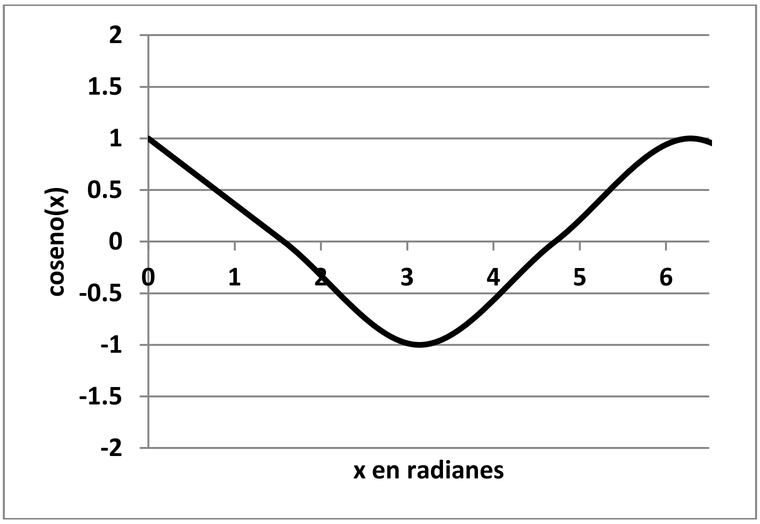


La periodicidad de la función trigonométrica permite extender la gráfica, repitiéndola a lo largo del eje de las abscisas. Con igual criterio construimos las gráficas de las demás funciones:

b) Gráfica de la función: y = cos x

Dom [cos x] = R; Im [cos x] = [-1,1] Periodicidad : 2 π.

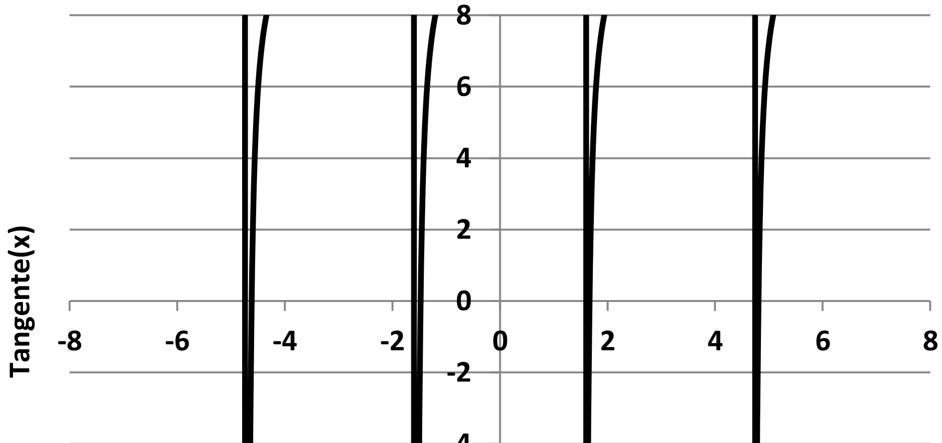
La curva se denomina **COSINUSOIDE**.



c) Gráfica de la función: y = tg x

Dom [tg x] = { x $\in$ R x = (π/2 + n π $\wedge$ n $\in$ Z } Im [tg x] = R

Periodicidad : π.



DOMINIO E IMAGEN DE LAS FUNCIONES TRIGONOMETRICAS.

a) Dominio de la función seno:

Siendo $\operatorname{sen}\alpha = \dfrac{y}{\rho}$ con ρ siempre positivo, el cociente del segundo miembro existirá para todo ángulo; ello implica que la **función seno** tiene como **dominio** al conjunto de **todos los ángulos**. Asimismo, teniendo en cuenta que la ordenada **y** puede adoptar valores positivos nulos o negativos según el cuadrante al cual pertenezca el lado final del ángulo, y que en todos los casos se verifica: $|y| \leq \rho$**;** expresión que equivale (*recordar la definición de valor absoluto*) a:.

$$-1 \leq y \leq 1$$

o bien

$$-1 \leq \operatorname{sen}\alpha \leq 1$$

resultando la Imagen de la función: $\operatorname{Im}[\operatorname{sen}\alpha] = \{z/z \in R \wedge -1 \leq z \leq 1\}$

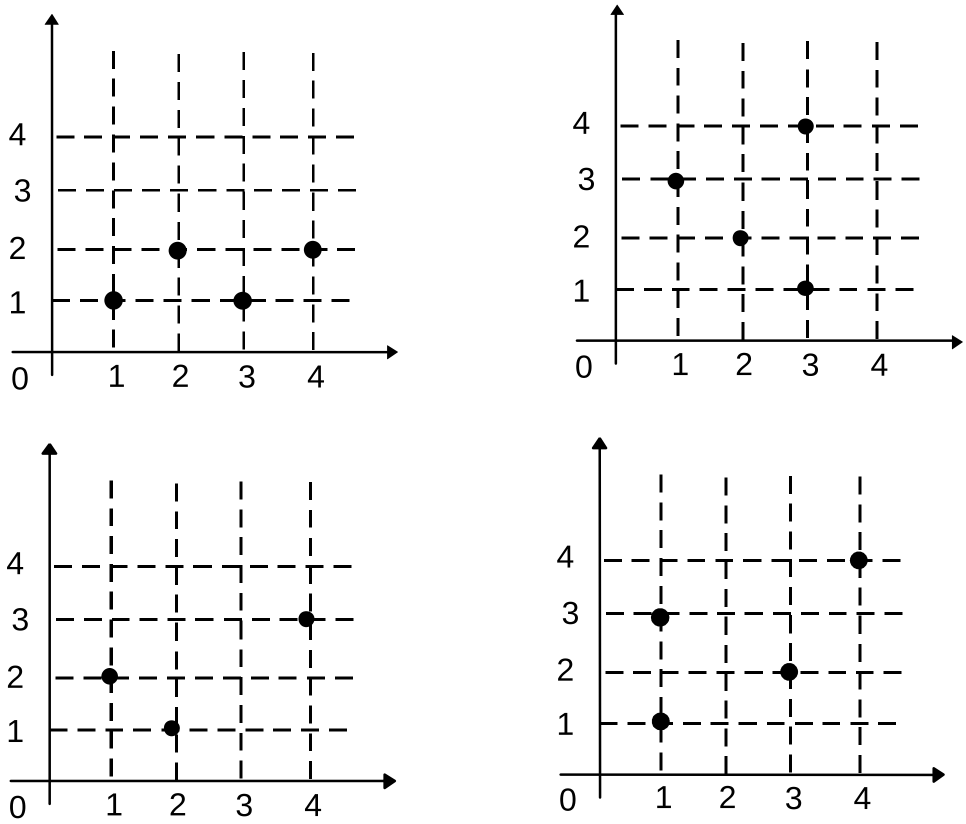
Idéntico razonamiento, permite obtener los dominios e imágenes de todas las funciones trigonométricas, los que se expresan en el cuadro:

	DOMINIO	IMAGEN
$sen\alpha$	Todos los ángulos	$\{z / z \in R \wedge -1 \leq z \leq 1\} = [-1,1]$
$\cos\alpha$	Todos los ángulos	$\{z / z \in R \wedge -1 \leq z \leq 1\} = [-1,1]$
$tg\alpha$	Todos los ángulos excepto aquellos de x = π/2, 3π/2, … múltiplos impares de π/2.	Reales

TRABAJO PRÁCTICO

FUNCIONES

1.- Sea, $A = \{1,2,3,4\}$ determinar si los conjuntos de puntos que indican en los siguientes diagramas representan funciones $f: A \rightarrow A$. Justificar.



2.- Representar gráficamente las siguientes funciones, indicando en cada caso, si existen, las intersecciones con los ejes coordenados.

$f : A \rightarrow B$ / $f_{(x)} = (x^2/2) + 1$; si $A = \left\{0, 2, \sqrt{8}, \sqrt{12}\right\}$; $B = \{1,3,5,7\}$

$f : A \rightarrow B$ / $f_{(x)} = \dfrac{1}{x-2}$; si $A = \{-2 ; -1 ; 0 ; 1\}$ $B = \{-1 ; -1/2 ; -1/3 ; -1/4 ; 0\}$

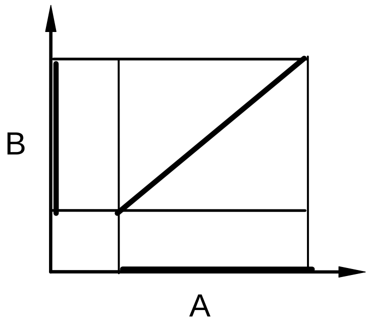
$f : R \rightarrow R$ / $f_{(x)} = 2x - 3$

$f : R \rightarrow R$ / $f_{(x)} = -x^2 + 3$

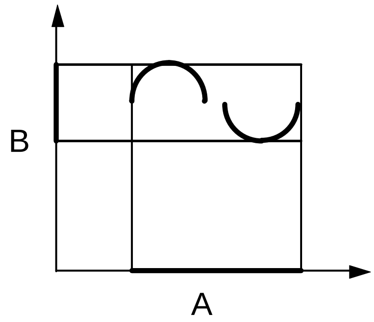
$f : R \rightarrow R$ / $f_{(x)} = x^2 + x - 3$

3.- Determinar si las siguientes representaciones cartesianas corresponden o no a funciones definidas de A en B justificando la respuestas.

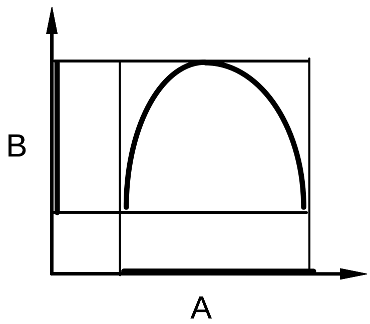
a)



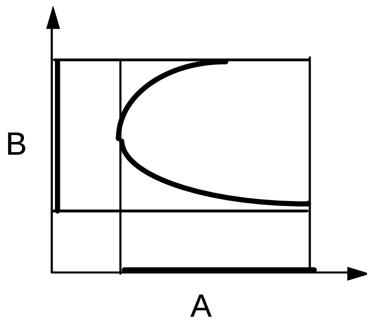
b)



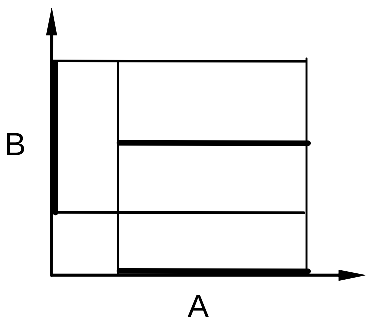
c)



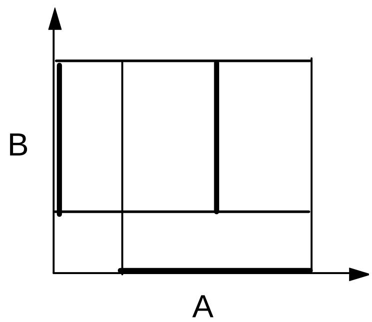
d)



e)

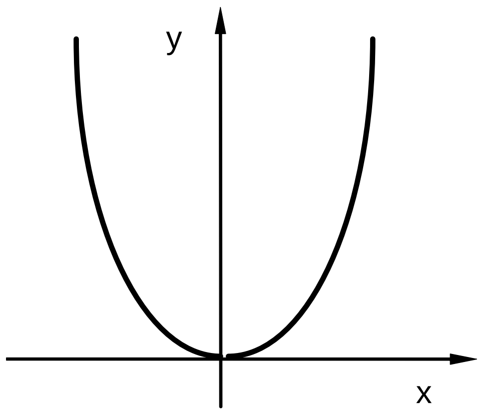


f)

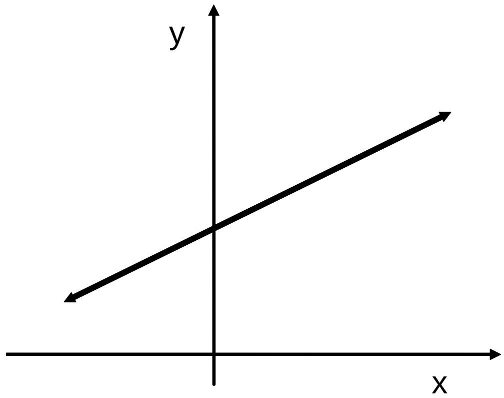


4.- Decir y justificar si las siguientes gráficas corresponden o no a funciones definidas de R en R.

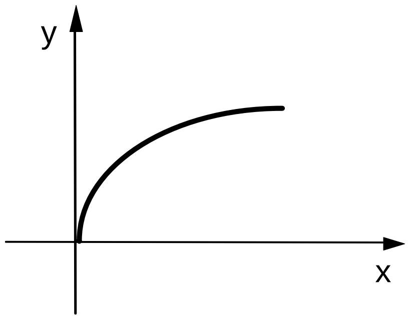
a)



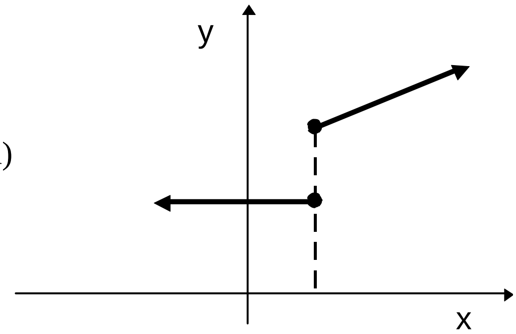
b)



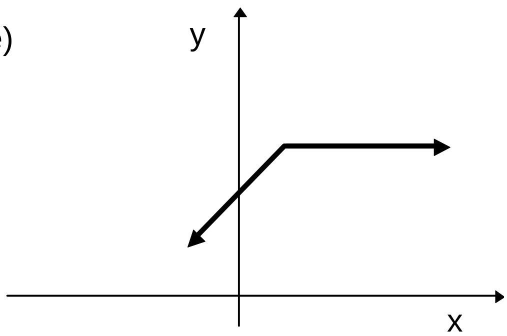
c)



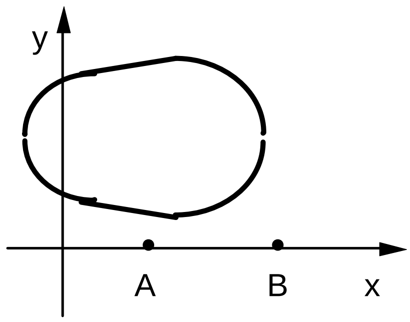
d)



e)



f)



5.- Dadas las siguientes funciones Reales, calcular el correspondiente dominio A :

a). $f : A \to B$ / $f_{(x)} = \dfrac{1}{x^2}$

b). $f : A \to B$ / $f_{(x)} = \dfrac{1}{-x+4}$

c). $f : A \to B$ / $f_{(x)} = \dfrac{x-1}{x^2+1}$

d). $f : A \to B$ / $f_{(x)} = \dfrac{\sqrt{x}}{-x+1}$

6.- Representar en un mismo gráfico las siguientes funciones de R en R:

a) $\begin{cases} f(x) = x^2 \\ f(x) = x^2 + 1 \\ f(x) = x^2 - 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} f(x) = x^2 \\ f(x) = 2x^2 \\ f(x) = 3x^2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} f(x) = x^2 \\ f(x) = -x^2 \\ f(x) = -x^2 + 2 \\ f(x) = -x^2 - 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} f(x) = x^2 \\ f(x) = (x-1)^2 \\ f(x) = (x+1)^2 \end{cases}$

¿Qué observaciones puede hacer de cada grupo de funciones?

7.- Escribir una función f, tal que:

a) tenga sus ceros en x = - 3 y x = 2

b) tenga sus ceros en -3 y 1

c) esté definida para todos lo reales, excepto para x = 2.

d) esté definida en todos los reales, excepto en -3 y -2.

e) tenga ceros en -3 y 0 y esté definida para todos los reales con excepción de 1 y -2

8.- Graficar las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & \text{si } x < 1 \\ 7 - 2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x \leq -2 \\ 3 - x & \text{si } x > -2 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ x + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

9.- Escribir y graficar una función que represente la situación "Por cada tonelada de hormigón se pagarán $150, siempre que no exceda de 5 toneladas. El costo del flete es de $ 200 sin importar la carga".

10.- Un termostato controlado eléctricamente está programado para hacer descender la temperatura de una casa en forma automática durante la noche.
Si se lo programa para que entre las 21 hs y las 6 de la mañana la temperatura sea de 18°C; entre las 9 hs y las 18 hs sea de22°C y si la temperatura se modifica en forma lineal entre las 6 hs y las 9 hs y entre las 18 hs y las 21 hs.

a) Represente este fenómeno en un sistema de ejes cartesianos ortogonales entre la hora 0 y la hora 24 hs.
b) Describa este fenómeno mediante un modelo matemático adecuado e indíquelo con T(t).
c) Supongamos ahora que queremos reprogramar el termostato para producir una temperatura H (t) = T (t -1). ¿Cómo cambiaría la temperatura de la casa?
d) Si se programara el termostato para producir una temperatura
H(t) = T(t) + 1 ¿Cómo cambiaría esto la temperatura de la casa?